2 - الكتابة المصفوفية

$$Max_{\pi} = [5,24 \quad 7,3 \quad 8,34 \quad 4,18] \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$s/c \begin{bmatrix} 1,5 & 1 & 2,4 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 3,5 \\ 1,5 & 3 & 3.5 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leq \\ \leq \\ \leq \end{matrix} \begin{bmatrix} 2000 \\ 8000 \\ 5000 \end{bmatrix}$$

(2)

$$[x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4] \geq 0$$

3 - الكتابة المعيارية للبرنامج الخطي

(2)

$$Max\ Z = 5,24x_1 + 7,3x_2 + 8,43x_3 + 4,18x_4 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 15x_1 + x_2 + 2,4x_3 + x_4 + S_1 = 2000 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 + 3.5x_4 + S_2 = 8000 \\ 1,5x_1 + 3x_2 + 3,5x_3 + x_4 + S_3 = 5000 \end{array} \right.$$

$$x_1 \; x_2 \; x_3 \; x_4 \geq 0$$

$$S_1 \; S_2 \; S_3 \geq 0$$

التصحيح النموذجي

امتحان الدورة العادية في مادة رياضيات المؤسسة

السنة ثانية علوم تجارية و علوم التسيير

الإسم		اللقب		رقم الفوج		التخصص

الجزء النظري : أجب بصحيح أو خطأ مع ضرورة تعليل الإجابة الخاطئة 4/4

- يمكن حل برنامج خطي بطريقة الحل البياني عندما تكون متغيرات البرنامج الخطي تفوق الاثنين

خطأ : لا يمكن وانما لا بد من الحل الرياضي طريقة Simplex

- يتكون البرنامج الخطي من دالة هدف و مجموعة من القيود فقط

خطأ : دالة هدف + مجموعة القيود + شرط عدم السلبية

- تظهر big M في حالة وجود المتغيرات الإضافية S

خطأ : تظهر في حالة وجود المتغيرات الاصطناعية R

- تظهر المتغيرات الاصطناعية عندما تكون المتباينات من الشكل أصغر من أو يساوي

خطأ : وانما عندما تكون المتباينات من الشكل أكبر من أو يساوي

الجزء التطبيقي

التمرين الأول : 8/8

يقوم مصنع الألبسة بإنتاج أربعة أصناف من الملبوسات S_1, S_2, S_3, S_4 ويستخدم من أجل ذلك المواد الأولية الآتية (M_1, M_2, M_3).

ترغب إدارة المصنع بدراسة التنظيم الأمثل للإنتاج خلال فترة شهر وتحديد الإنتاج الشهري لكل منتوج من أجل تحقيق أقصى ربح، علما بأن الربح يتناسب طرديا مع عدد الوحدات المباعة.

نرتب المعلومات التي حصلنا عليها وفق الجدول التالي:

الكميات المتوفرة	نوع المنتج				المواد الأولية
	S_4	S_3	S_2	S_1	
2000	1	2.4	1	1.5	M_1
8000	3.5	1	5	1	M_2
5000	1	3.5	3	1.5	M_3
	4.18	8.34	7.3	5.24	ربح الوحدة

يتضح من الجدول ما يلي:

الكميات المتوفرة من كل مادة أولية خلال فترة الإنتاج (شهر) والاحتياجات من مادة أولية في إنتاج وحدة منتج من كل المنتوجات الأربعة؛

المطلوب :

- 1/أوجد البرنامج الخطي الذي يسمح للمصنع تعظيم أرباحه ؟
- 2/أوجد الكتابة المصفوفاتية الموافقة للبرنامج الخطي ؟
- 3/أوجد الكتابة المعيارية الموافقة للبرنامج الخطي ؟

الحل

1 - نفرض أن x_1 هو عدد الوحدات المنتجة من S_1

S_2 .... x_2

S_3 .... x_3

S_4 .... x_4

دالة الهدف

$$\text{Max } Z = 5{,}24x_1 + 7{,}3x_2 + 8{,}34x_3 + 4{,}18x_4$$

$$\text{s/c} \begin{cases} 1{,}5x_1 + x_2 + 2{,}4x_3 + x_4 \leq 2000 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 + 3{,}5x_4 \leq 8000 \\ 1{,}5x_1 + 3x_2 + 3{,}5x_3 + x_4 \leq 5000 \\ x_1 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \quad x_4 \geq 0 \end{cases}$$

التمرين الثاني 8/8

$$Max\ Z = 2x_1 + 3x_2$$

s/c
$$\begin{cases} X_1 + x_2 \le 4 \\ 6x_1 + 2x_2 \ge 8 \\ X_1 + 5x_2 \ge 4 \\ X_1 \le 3 \\ X_2 \le 3 \end{cases}$$

$X_j \ge 0$

المطلوب :

اوجد الحل البياني ؟

الحل

1- تحويل المتباينات الى معادلات

$x_1 + x_2 = 4$ ------ (1)

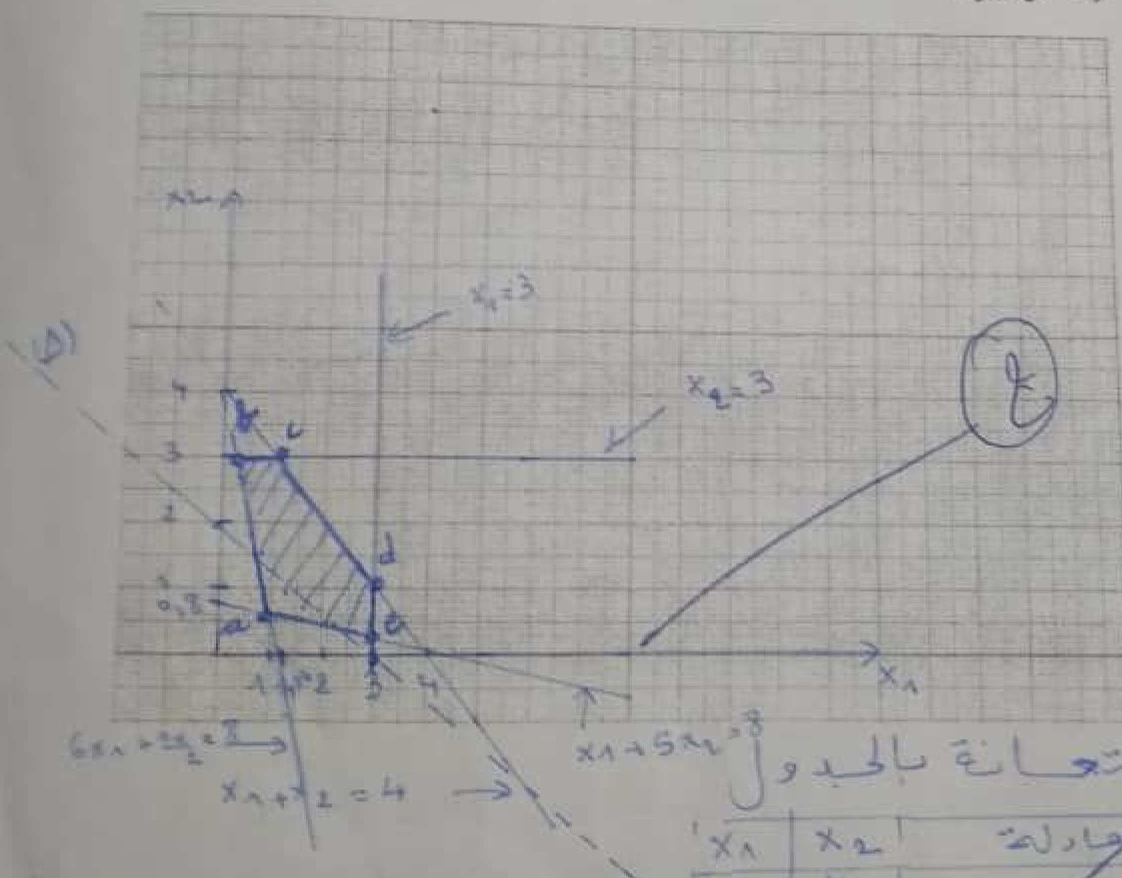
$6x_1 + 2x_2 = 8$ ------ (2)

$x_1 + 5x_2 = 4$ ------ (3)

$x_1 = 3$ ------ (4)

$x_2 = 3$ ------ (5)

(1)



(4)

(2)

2- الاستعانة بالجدول

رقم المعادلة	المعادلة	x_2	x_1
1	$x_1 + x_2 = 4$	4 0	0 4
2	$6x_1 + 2x_2 = 8$	4 0	0 1,33
3	$x_1 + 5x_2 = 4$	0,8 0	0 4

رقم المعادلة	المعادلة	x_2	x_1
4	$x_1 = 3$	/	3
5	$x_2 = 3$	3	/

من الرسم البياني يتضح من منطقة الحلول الممكنة والمتمثلة في abcde ولإيجاد نقطة الحل الأمثل نستخدم طريقة المستقيم (Δ)

لدينا دالة الهدف $Max Z = 2x_1 + 3x_2$

✓ نفرض ان $Max Z$ تساوي الى القيمة 6

ومنه يصبح لدينا $6 = 2x_1 + 3x_2$

اذا كان $x_1 = 0$ فان $x_2 = 2$

اذا كان $x_2 = 0$ فان $x_1 = 3$

✓ نرسم المستقيم (Δ) بخط متقطع

✓ نضع المستقيم (Δ) على المبدأ ونقوم بإزاحته الى الأعلى لإيجاد اعلى نقطة تماس للمستقيم (Δ) مع الزوايا الركنية لمنطقة الحلول المشتركة

وعليه نجد بأن اول نقطة تماس هي a ثم e ثم b ثم d وأخيرا النقطة c وعليه النقطة c هي نقطة الحل الأمثل بيانيا حيث c هي نقطة تقاطع المستقيم ⑤ مع المستقيم ① نحل جملة معادلتين

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 & \text{---- ①} \\ x_2 = 3 & \text{---- ⑤} \end{cases}$$

نعوض ⑤ في ① نحصل على

$x_1 + 3 = 4$

$x_1 = 4 - 3 = 1$ $\boxed{x_1 = 1}$ $\boxed{x_2 = 3}$

$Z^* = 2x_1 + 3x_2$

$= 2(1) + 3(3)$

$Z^* = 2 + 9 = \boxed{11}$